

À LA TERRASSE D'UN CAFÉ (1)

À la terrasse d'un café, le serveur annonce :

« 2 thés et 3 sodas ; cela fera 12,20 euros s'il vous plaît ! ».

Il est alors repris par un des clients qui rectifie :

« Non ! Nous vous avons demandé 3 thés et 2 sodas ! ».

Le serveur, confus, corrige sa commande et annonce :

« Vous gagnez 40 centimes ! ».

Mais, au fait, combien coûte un thé ? Et un soda ? Justifier la réponse.

Vous laisserez apparentes toutes vos recherches. Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans l'évaluation.

1 2 9 0

Item 1

1 2 9 0

Item 2

1 2 9 0

Item 3

À LA TERRASSE D'UN CAFÉ (2)

À la terrasse d'un café, le serveur annonce :

« 1 thé et 3 sodas ; cela fera 10 euros s'il vous plaît ! ».

Il est alors repris par un des clients qui rectifie :

« Non ! Nous vous avons demandé 3 thés et 1 soda ! ».

Le serveur, confus, corrige sa commande et annonce :

« Vous gagnez 80 centimes ! ».

Mais, au fait, combien coûte un thé ? Et un soda ? Justifier la réponse.

Vous laisserez apparentes toutes vos recherches. Même si le travail n'est pas terminé, il en sera tenu compte dans l'évaluation.

1 2 9 0

Item 1

1 2 9 0

Item 2

1 2 9 0

Item 3

➤ Mots-clés

Équation, système d'équations, essai-erreur, méthodes arithmétiques.

➤ Codage et analyse des réponses

Explication des codes :

Le code 1 correspond à ce qui est attendu.

Le code 2 correspond à une réussite partielle par rapport à ce qui est attendu.

Le code 9 correspond aux autres réponses.

Le code 0 correspond à l'absence totale de toute trace de réponse ou de recherche. Si l'élève a tenté d'effacer ou a écrit une réflexion personnelle hors de propos, un code 9 sera attribué.

Rectorat de Clermont-Ferrand – IREM de Clermont-Ferrand

Février 2013

Item 1 : Modéliser, conjecturer, raisonner et démontrer.

Démarche de résolution correcte (algébrique ou non) quel que soit le résultat.....	code 1
Démarche de résolution (algébrique ou non) engagée mais non aboutie	code 2
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 2 : Nombres et calculs.

2,20 € pour le thé et 2,60 € pour le soda (avec ou sans unités) quelle que soit la méthode utilisée	code 1
Un seul des deux résultats juste	code 2
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

Item 3 : Argumenter et présenter les résultats à l'aide d'un langage adapté.

Un texte ou une suite de calculs explique l'intégralité du raisonnement	code 1
Les explications sont cohérentes mais partielles	code 2
Toute autre réponse	code 9
Absence de réponse	code 0

➤ **Commentaires**

On cherche ici à ce que l'élève s'engage dans une méthode de résolution du problème (mais pas forcément algébrique). Les items 1 et 2 permettent de valoriser les élèves qui entrent dans une démarche même si ce n'est pas une méthode algébrique. Il est toutefois intéressant de repérer les élèves qui ont intégré le passage à l'algèbre en utilisant une ou deux inconnues (une équation ou un système).

Pour cette tâche, deux énoncés sont proposés.

Dans la version 1, la différence de prix entre le thé et le soda peut apparaître facilement.

Dans la version 2, la résolution se prête à une grande variété de méthodes (quelques-unes sont détaillées ci-dessous).

Différents exemples de méthodes possibles :

▪ **Méthodes algébriques**

- ✓ Méthode avec système de deux équations à deux inconnues.
- ✓ Méthode avec une seule équation.

On peut écrire au choix :

On appelle T le prix d'un thé. D'où : $1 T + 3 (9,2 - 3 T) = 10.$

On appelle S le prix d'un soda. D'où : $3 (10 - 3 S) + 1 S = 9,2.$

▪ Méthodes arithmétiques

- ✓ Méthode arithmétique (sans poser une lettre ou deux lettres en inconnues, ce que font certains élèves en raisonnant sur des phrases).

1 thé et 3 sodas coûtent 10 euros, donc 3 thé et 9 sodas coûtent 30 euros.

Or 3 thé et un soda coûtent 9,20 euros.

Donc la différence de prix entre les deux est de 20,80 euros et correspond à 8 sodas.

Si 8 sodas coûtent 20,80 euros, 1 soda coûte $20,80 \div 8 = 2,60$ euros.

On en déduit le prix d'un thé : $10 - 3 \times 2,60 = 2,20$ euros.

- ✓ Méthode arithmétique avec l'écart.

On peut partir de l'écart entre 2 sodas et 2 thé, soit 80 centimes, et en déduire l'écart entre un soda et un thé, soit 40 centimes.

1 thé et 3 sodas (un soda valant 40 centimes de plus qu'un thé) valent 10 euros.

Donc 1 thé et l'équivalent de 3 thé et 3 fois 40 centimes (soit 1,20 euros) valent 10 euros, soit 4 thé et 1,20 euros valent 10 euros.

Ainsi 4 thé valent $10 - 1,20 = 8,80$ euros. Donc 1 thé coûte $8,80 \div 4 = 2,20$ euros.

On en déduit le prix du soda : $2,20 + 0,40 = 2,60$ euros.

- ✓ Méthode arithmétique par essais-erreurs et réajustement.

- ✓ Méthode arithmétique en utilisant l'écart de prix.

L'écart entre 2 sodas et 2 thé vaut 80 centimes.

Donc l'écart entre 1 soda et 1 thé vaut 40 centimes.

4 thé et 4 sodas (pour les deux commandes réunies) valent 19,20 euros.

Donc 1 thé et 1 soda valent $19,20 \div 4 = 4,80$ euros.

Comme l'écart entre un soda et un thé vaut 0,40 euros :

un thé coûte $(4,80 - 0,40) \div 2 = 2,20$ euros et un soda coûte $2,20 + 0,40 = 2,60$ euros.

- ✓ Méthode arithmétique : méthode de double fausse position.

Il s'agit d'une méthode dont on trouve des traces sur le papyrus de Rhind et qui était autrefois enseignée au cours supérieur.

Le principe consiste à donner deux fausses valeurs (fausses positions) et de calculer l'écart par rapport à la solution.

Imaginons qu'un thé coûte 1 euro (on pourrait faire pareil avec le soda en donnant deux fausses valeurs).

Alors 3 sodas vaudraient $10 - 1 = 9$ euros. Un soda vaudrait donc 3 euros.

3 thé vaudraient 3 euros et 1 soda 3 euros, donc 3 thé et 1 soda coûteraient 6 euros, soit un écart de 3,20 euros avec 9,20 euros.

Deuxième fausse position : imaginons qu'un thé coûte 4 euros.

Alors 3 sodas vaudraient $10 - 4 = 6$ euros. Un soda vaudrait donc 2 euros.

3 thé vaudraient 12 euros et 1 soda 2 euros, donc 3 thé et 1 soda coûteraient 14 euros, soit un écart de 4,80 euros avec 9,20 euros.

Un thé coûte donc :
$$\frac{1 \times 4,80 + 4 \times 3,20}{3,20 + 4,80} = 2,20 \text{ euros.}$$

On en déduit le prix du soda : 2,60 euros.

▪ Méthode graphique